**EXERCÍCIOS DISTRIBUIÇÕES BINOMIAL E POISSON.**

1. Suponha que 13% das pessoas sejam canhotas. Se selecionarmos 5 pessoas ao acaso, encontre a probabilidade de cada resultado abaixo:
2. Existem exatamente 3 canhotos no grupo.
3. Há algum canhoto entre as 5 pessoas.
4. Não há mais de 3 canhotos no grupo.

Solução:

X – Número de canhotos no grupo de 5 pessoas.

X~Binomial(n=5,p=0,13)

1. P(X=3)= dbinom(3,5,0.13) = 0,0166
2. P(X>0)=1-P(X=0)=1-(0,87)^5=1-dbinom(0,5,0.13)=0,502
3. P(X<=3)=pbinom(3,5,0.13)=0,999.
4. Uma prova, que é composta por 75 questões de verdadeiro/falso, é feita nos últimos cinco minutos do período da prova por um aluno que acidentalmente dormiu durante a maior parte do período da prova. O aluno, dado o pouco tempo disponível para completar a prova, responde aleatoriamente todas as 75 questões. Encontre a média e o desvio padrão para o número de questões respondidas corretamente por esse aluno. Assumindo que um mínimo de 45 respostas corretas são necessárias para passar na prova, qual é a probabilidade deste aluno passar?

Solução:

X – Número de questões respondidas corretamente dentre as 75.

X~Binomial(n=75,p=1/2)

EX = 75(1/2) = 37,5

DesvPad(X) = sqrt(npq) = sqrt(75(1/2)(1/2)) = 4,33.

P(X>=45)=1-P(X<=44)=1-pbinom(44,75,0.5)=0,0527.

1. Ao longo de 100 dias, 1 milhão de átomos radioativos de Césio-137 decaíram para 990 mil átomos radioativos. Estime a probabilidade de que, em um determinado dia, no máximo 50 átomos radioativos tenham decaído.

Solução:

X – Número de átomos radioativos decaídos em 1 dia.

X~Poisson(lambda)

lambda=EX=(10.000/100)= 100 átomos decaídos por dia.

P(X<=50) = ppois(50,100)=2,4\*10^{-8}

CONTINUAÇÃO: Ao longo dos 100 dias, encontre a probabilidade de que em no máximo 10 dias tenham decaído mais de 120 átomos.

Y – Número de dias em que decaem mais de 120 átomos ao longo dos 100 dias observados.

Y~ Binomial(n=100,p)

p – É a probabilidade de que em um dia decaiam mais de 120 átomos.

p=P(X>120)=1-P(X<=120)=1-ppois(120,100)=0,0227

P(Y<=10)=pbinom(10,100,0.0227)= 0,999982

1. Em um teste de um Novo medicamento para ajudar as pessoas a parar de fumar, 821 indivíduos foram tratados com doses de 1 mg do medicamento, dos quais 30 sentiram náusea dentro de 24 horas após tomar o medicamento. Em 725 que não tomaram o medicamento (mas receberam placebo), 9 sentiram náuseas no mesmo período de tempo. Sob a suposição de que o Novo medicamento não causa náusea e que 9/725 é a probabilidade de que uma pessoa selecionada aleatoriamente sinta náusea em um período de 24 horas, qual é a probabilidade de que de 821 pessoas, 30 ou mais pessoas sintam náuseas em um determinado período de 24 horas? Isso parece incomum? Que conclusão razoável se pode tirar sobre o Novo medicamento?

Solução:

X – Número de pessoas que sentem náusea em 24 horas dentre um grupo de 821 pessoas escolhidas aleatoriamente.

X~Binomial(n=821,p=9/725)

P(X>=30)=1-P(X<=29)=1-pbinom(29,821,9/725)=2,92\*10^{-7}

Portanto, isso é um evento muito raro, o que nos leva a concluir que o Novo medicamento tem o efeito colateral de causar náusea.

A probabilidade de uma pessoa que toma o Novo medicamente sentir náusea em 24h é 30/821=3,7% que é (30/821)/(9/725)=2,9 vezes maior que uma pessoa qualquer sinta náusea em 24h.

1. A PRF está considerando a possibilidade de alocar um veículo de recuperação em um trecho de estrada para ajudar a esclarecer incidentes o mais rápido possível. A estrada em questão transporta mais de 5000 veículos no horário de pico. Os registros mostram que, em média, o número de incidentes durante a hora do rush da manhã é 5. A PRF não alocará um veículo na estrada se a probabilidade de ter mais de 5 incidentes durante a hora do rush em qualquer manhã é inferior a 30%. Com base nesta informação, a PRF deve alocar o veículo?

Solução:

X – Número de incidentes durante a hora do rush em uma manhã.

X~Poisson(5)

P(X>5)=1-P(X<=5)=1-ppois(5,5)=0,384>0,3. Logo, a PRF deve alocar o veículo.

1. O número médio de bactérias por mililitro de um líquido é conhecido como 4. Supondo que o número de bactérias segue uma distribuição de Poisson, encontre a probabilidade de que:

(a) em 3ml de líquido haverá menos de 2 bactérias.

(b) em 0,5ml de líquido haverá mais de 2 bactérias.

Solução:

1. X – Número de bactérias em 3ml.

X~Poisson(12)

P(X<2)=P(X<=1) =ppois(1,12)=7,99\*10^{-5}

1. Y – Número de bactérias em 0,5 ml.

Y~Poisson(2)

P(Y>2)=1-P(Y<=2)=1-ppois(2,2)=0,323.

CONTINUAÇÃO: Considere que preenchemos 6 tubos de ensaios cada um deles com 0,5ml do líquido. Qual a probabilidade de que em pelo menos 4 tubos tenham mais de 2 bactérias?

Z – Número de tubos de ensaio com mais de duas bactérias em 6 tubos.

Z~Binomial(n=6,p=P(Y>2)=0,323)

P(Z>=4)=1-P(Z<=3)=1-pbinom(3,6,0.323)=0,091

1. Em uma cidade grande, uma pessoa em 80, em média, tem sangue do tipo X. Quantos doadores devem ser escolhidos ao acaso para que a probabilidade de incluir pelo menos um doador do tipo X deve ser 0,9 ou mais?

Solução:

Y – Número de doadores com sangue do tipo X.

Y~Binomial(n,p=1/80)

P(Y>=1)=1-P(Y=0)=1 – (79/80)^n>=0,9

(79/80)^n <=1-0,9=0,1

Log (79/80)^n <= log (0,1)

n \* log (79/80) <= log (0,1)

n >= log (0,1)/log(79/80) =183,1

Logo, deve-se escolher pelo menos 184 doadores.

1. As chamadas telefônicas chegam a uma secretária de forma independente e aleatória, chamadas internas a uma taxa média de 2 em qualquer período de 5 minutos, e as chamadas externas a um taxa média de 1 em qualquer período de 3 minutos. Calcule a probabilidade de haver mais de 2 chamadas em qualquer período de 2 minutos.

Solução:

I – Número de chamadas internas em 2 minutos.

I~Poisson(4/5)

E – Número de chamadas externas em 2 minutos.

E~Poisson(2/3)

X=I+E – Número total de chamadas em 2 minutos.

X~Poisson(4/5+2/3=22/15)

P(X>2)=1-P(X<=2)=1-ppois(2,22/15)=0,183.